

**SEP**

SECRETARÍA DE  
EDUCACIÓN PÚBLICA



# INSTITUTO TECNOLÓGICO DE VERACRUZ

## TEMA

2.4 TEOREMA DE KENNEDY

## MATERIA

MECANISMOS

## CARRERA

INGENIERÍA MECATRÓNICA

## CATEDRÁTICO

DR. JOSÉ ANTONIO GARRIDO NATARÉN

## INTEGRANTES:

BIBIANA FLORES MORALES

JEANNETTE ALEJANDRA LAGUNES PRINCE

ITZEL MARANTO RIVERA

DANIEL GUEVARA LOZANO

EDUARDO GUERRERO MONTERO

GERARDO HERNANDEZ HERNANDEZ

H. VERACRUZ, VER. A 13 DE OCTUBRE DEL 2014

# ÍNDICE

Introducción	pág. 3
Centro Instantáneo de Rotación	pág., 4
Centro instantáneo de rotación relativo	pág. 5
Número de centros instantáneos	pág. 6
Regla de Kennedy	pág. 7
Localización de centros instantáneos	pág. 8
Bibliografía	pág. 18

# INTRODUCCIÓN

El presente documento abarcará lo correspondiente al Teorema de Kennedy y cómo aplicarlo al analizar mecanismos. Para entender este teorema, es necesario tener conocimiento de lo que es un Centro Instantáneo de Rotación (CIR), el cual se define como el punto del cuerpo o de su prolongación en el que la velocidad instantánea del cuerpo es nula.

En este caso, se analizarán los CIR relativos entre dos sólidos (eslabones), y como hallarlos en un mecanismo mediante la aplicación de dicho teorema.

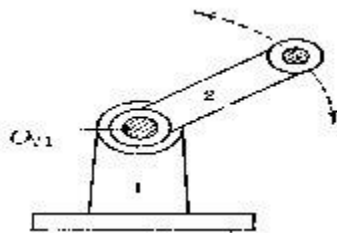
## Centro instantáneo de rotación

Un centro instantáneo de rotación o velocidad se define como un punto común a dos cuerpos en movimiento plano que tiene la misma velocidad instantánea en cada cuerpo. Los centros instantáneos en ocasiones también se denominan centros o polos.

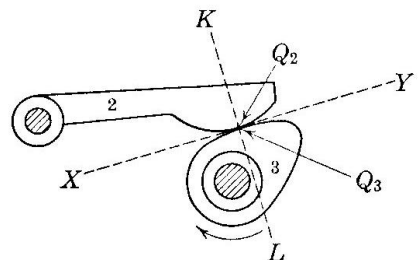
Las rotaciones son perpendiculares a dicho plano fijo, y en cada instante puede considerarse que el sólido rígido tiene un movimiento de rotación pura alrededor de un eje normal al plano fijo, el cual se denomina eje instantáneo de rotación. Debe tenerse en cuenta que este eje instantáneo de rotación puede ser que cambie con el tiempo, a medida que el cuerpo se traslada.

Los centros instantáneos son sumamente útiles para encontrar las velocidades de los eslabones en los mecanismos. Su uso algunas veces nos permiten sustituir a algún mecanismo por otro que produce el mismo movimiento y mecánicamente es más aprovechable.

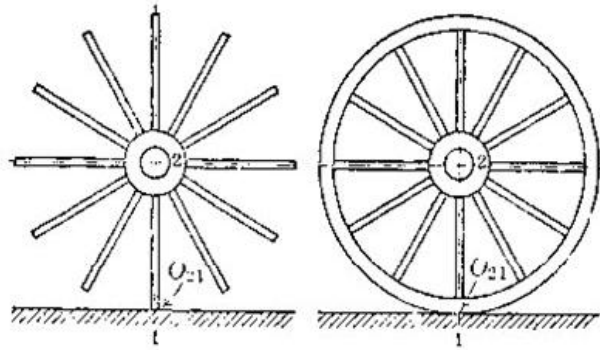
Algunos criterios para encontrar centros de rotación obvios son los siguientes:



*Eslabones conectados por un perno:* El punto donde se conectan ambos eslabones viene a ser su centro instantáneo de rotación. De esta forma,  $O_{12}$  identifica el centro instantáneo entre los eslabones 1 y 2.



*Cuerpos con resbalamiento:* Cuando dos cuerpos resbalan uno sobre el otro, conservando el contacto todo el tiempo, el centro instantáneo deberá de coincidir sobre la perpendicular de la tangente común. En la figura, el centro instantáneo de los eslabones 2 y 3 se encuentra sobre la tangente XY, donde el movimiento relativo a lo largo de esta tangente común solo puede producirse girándolo sobre un centro en algún lugar a lo largo de la perpendicular KL.

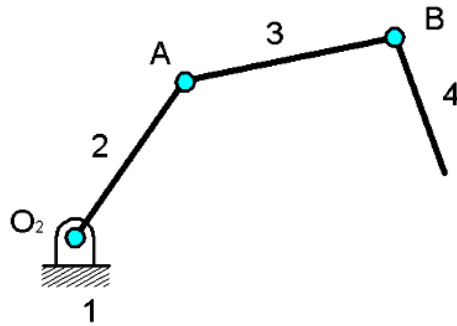


*Cuerpo con rodamiento:* Cuando un cuerpo rueda sobre la superficie de otro, el centro instantáneo es el punto de contacto, en vista de que en este punto los cuerpos no tienen movimiento relativo.

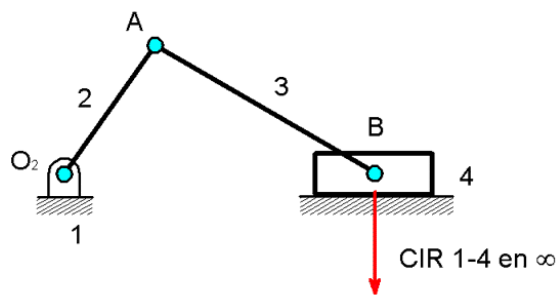
## Centro instantáneo de rotación relativo

El centro instantáneo de rotación relativo o polo común entre dos sólidos rígidos, referido al movimiento plano de ambos sólidos, se define como el punto de los dos sólidos o de su prolongación en el que la velocidad instantánea es igual para los dos sólidos. Es decir, es el punto en el que no existe velocidad relativa entre ambos sólidos. El centro instantáneo de rotación de un sólido rígido es un caso particular de centro instantáneo de rotación relativo en el que uno de los dos sólidos es el eslabón fijo (suelo).

Si los dos sólidos rígidos están articulados en un punto, dicho punto es el centro instantáneo de rotación relativo entre dichos sólidos. Así, por ejemplo, en la siguiente figura el punto A es el centro instantáneo de rotación relativo entre las barras 2 y 3, B, el correspondiente a las barras 3 y 4, y O2 el del eslabón fijo (suelo) y la barra 2. En este caso, O2 es el centro instantáneo de rotación de la barra 2. Es decir, la barra 2 tiene un movimiento de rotación pura alrededor del punto de unión de dicha barra con el eslabón fijo.



Cuando existe un par prismático entre dos sólidos rígidos, el centro instantáneo de rotación relativo entre ambos sólidos se encuentra sobre la perpendicular común a la dirección de deslizamiento relativo entre ambos sólidos, pero localizado infinitamente lejos en la dirección definida por dicha perpendicular. En la siguiente figura se muestra un ejemplo de par prismático (entre la deslizadera y el eslabón fijo del mecanismo biela-manivela).



## Número de centros instantáneos

Puesto que se requieren dos cuerpos o eslabones para crear un centro instantáneo (CI), se puede predecir con facilidad la cantidad de centros instantáneos que se puede esperar en cualquier conjunto de eslabones. La fórmula para la combinación de  $n$  cosas tomadas de  $r$  a la vez es:

$$C = \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1)}{r!}$$

Aquí,  $r = 2$  por lo que se reduce:

$$C = \frac{n(n-1)}{2}$$

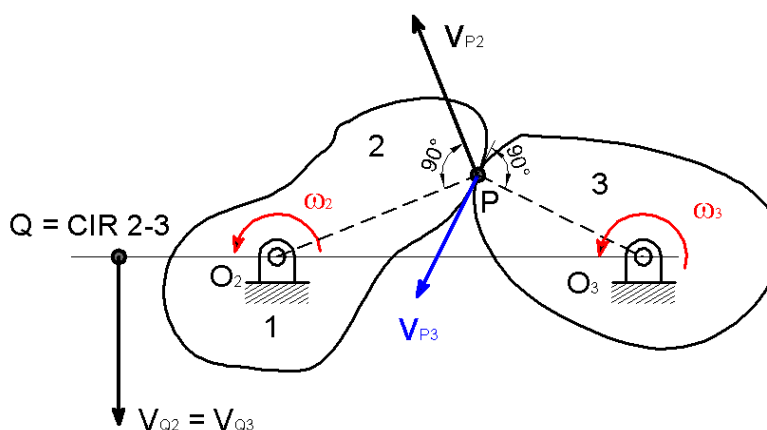
De esta forma, se puede ver que un mecanismo de cuatro barras tiene 6 centros instantáneos, uno de seis tiene 15 y uno de ocho tiene 28.

## Regla de Kennedy

El teorema de Kennedy o de los tres centros es útil para encontrar aquellos centros instantáneos de rotación relativos en un mecanismo, que no sean de obtención directa (obvios). Su enunciado es el siguiente:

*"Si tenemos tres eslabones animados de movimiento relativo entre ellos (ya sea que estén o no conectados entre sí) los tres centros instantáneos de rotación relativos entre los tres eslabones han de estar alineados en una misma recta".*

Se puede demostrar este teorema por contradicción, como se muestra en la siguiente figura. Suponemos que uno de los eslabones es fijo (suelo). En ese caso, el centro instantáneo de rotación relativo entre los eslabones 2 y 3 no puede estar en el punto P de contacto entre dichos eslabones, pues dicho punto no tendría la misma velocidad como perteneciente al eslabón 2 ( $V_{P2}$ ), que la que tendría como perteneciente al eslabón 3 ( $V_{P3}$ ). Estas dos velocidades sólo pueden ser iguales en un punto Q que esté alineado con los centros instantáneos de rotación relativos de cada eslabón respecto del eslabón fijo. Ya que esta es la única forma de que las direcciones (y sentidos) de  $V_{Q2}$  y  $V_{Q3}$  coincidan.

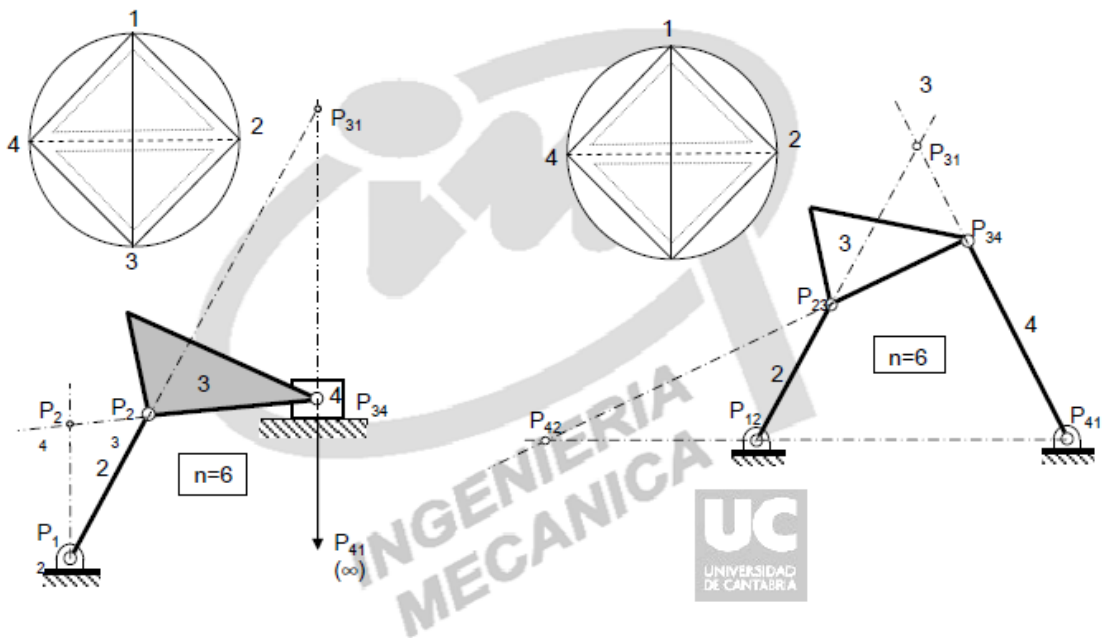


La posición de Q dependerá de las velocidades angulares de los eslabones 2 y 3 (tanto de su módulo, como de su sentido). En el ejemplo mostrado, es claro que  $\omega_2$  ha de ser mayor que  $\omega_3$ .

## Localización de centros instantáneos

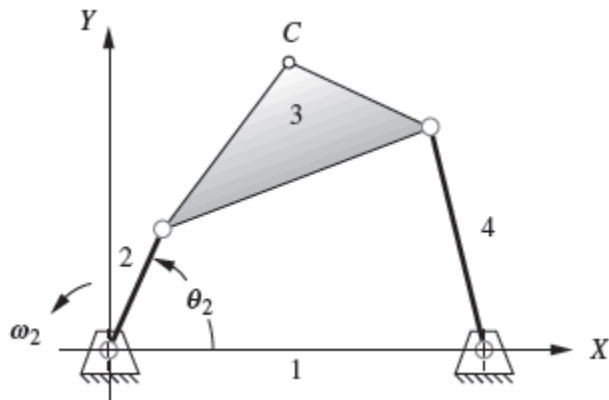
Para esta tarea se suele usar un método conocido como el diagrama del círculo. El diagrama del círculo permite obtener fácilmente los polos del movimiento relativo entre los elementos de un mecanismo. Para ello el método emplea los conceptos vistos anteriormente y el teorema de Kennedy. Para la localización de los polos de movimiento se siguen los siguientes pasos:

1. Se toma una circunferencia y se divide en tantas partes iguales como elementos ( $N$ ) tiene el mecanismo. A continuación se numeran de 1 a  $N$  los puntos en que está dividida la circunferencia. Todas las posibles cuerdas que unen los puntos marcados representan los distintos polos del movimiento en el mecanismo.
2. Se dibujan con líneas continuas las cuerdas correspondientes a los polos primarios y a trazos los correspondientes a los desconocidos.
3. El resto de los polos será obtenido utilizando el teorema de Kennedy, aplicándose a grupos de tres elementos en el mecanismo. Para ello se localizan en el círculo los triángulos que tengan en común un lado dibujado a trazos y todos los demás lados continuos.



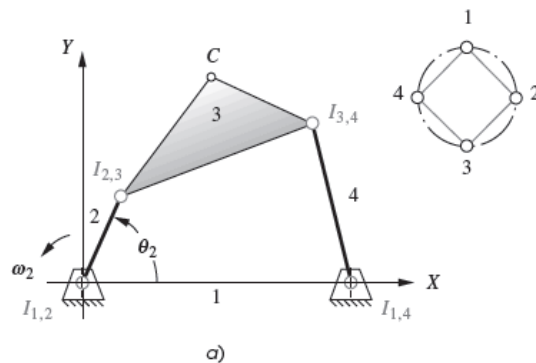
### EJERCICIO:

Dado un mecanismo de cuatro barras en una posición, encuentre todos los centros instantáneos mediante métodos gráficos.

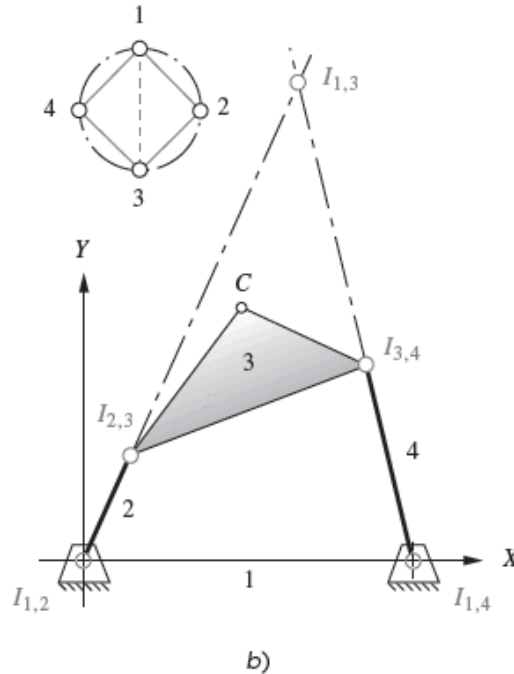


### SOLUCIÓN:

1. Dibuje un círculo con todos los eslabones numerados alrededor de la circunferencia como se muestra en la figura 6-5a.

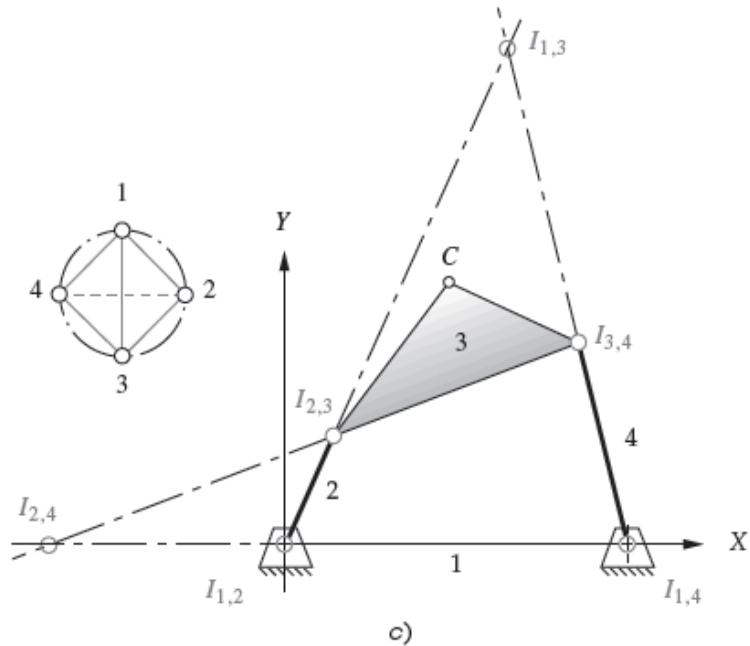


2. Localice tantos centros instantáneos como sea posible por inspección. Todas las juntas de pasador serán centros instantáneos permanentes. Conecte los números de los eslabones en el círculo para crear una gráfica lineal y registre los centros instantáneos encontrados, como se ilustra en la figura 6-5a.
3. Identifique una combinación de eslabones en la gráfica lineal para la cual el centro instantáneo no haya sido encontrado, y trace una línea punteada que conecte esos dos números de eslabón. Identifique dos triángulos en la gráfica que contengan la línea punteada y cuyos otros dos lados sean líneas continuas que representen los centros instantáneos ya encontrados. En la gráfica mostrada en la figura 6-5b, los números de eslabón 1 y 3 se conectaron con una línea punteada.



Esta línea forma un triángulo con lados 13, 34, 14 y otro con lados 13, 23, 12. Estos triángulos definen tríos de centros instantáneos que obedecen la regla de Kennedy. Por lo tanto, los centros instantáneos 13, 34 y 14 deben quedar en la misma línea recta. Además, los centros instantáneos 13, 23 y 12 quedarán en una línea recta diferente.

4. En el diagrama del mecanismo, trace una línea por los dos centros instantáneos conocidos que forman un trío con el centro instantáneo desconocido. Repita para el otro trío. En la figura 6-5b se trazó una línea por  $I_{1,2}$  e  $I_{2,3}$  y se prolongó.  $I_{1,3}$  debe quedar en esta línea. Se trazó otra por  $I_{1,4}$  e  $I_{3,4}$  y se prolongó para intersectar la primera línea. Según la regla de Kennedy, el centro instantáneo  $I_{1,3}$  debe quedar también en esta línea, de modo que su intersección es  $I_{1,3}$ .
5. Conecte los números de eslabón 2 y 4 con una línea punteada en la gráfica lineal como se muestra en la figura 6-5c. Esta línea forma un triángulo con lados 24, 23, 34 y otro con lados 24, 12, 14. Estos lados representan tríos de centros instantáneos que obedecen la regla de Kennedy. Así pues, los centros instantáneos 24, 23 y 34 deben quedar en la misma línea recta. Además, los centros instantáneos 24, 12 y 14 deben quedar en una línea recta diferente.

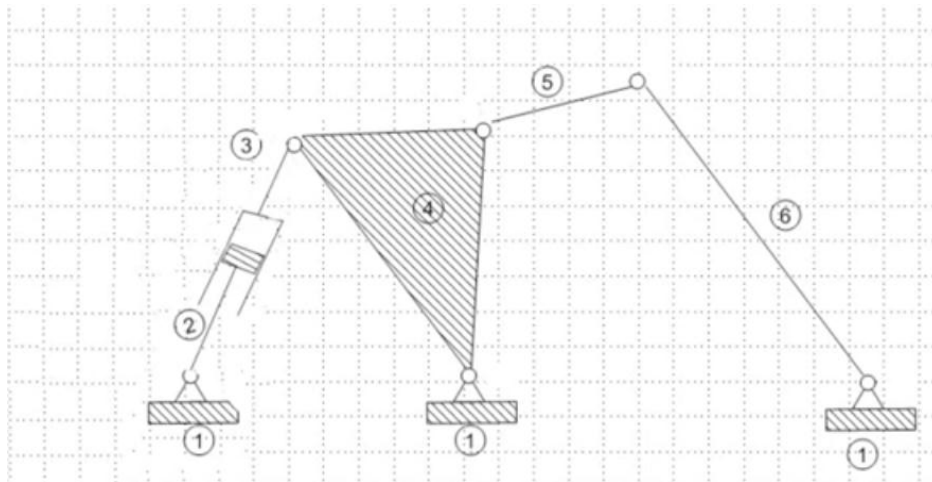


- c)
6. En el diagrama del mecanismo, trace una línea por los dos centros instantáneos conocidos que forman un trío con el centro instantáneo desconocido. Repita para el otro trío. En la figura 6-5c, se trazó una línea por  $I_{1,2}$  e  $I_{1,4}$  y se prolongó.  $I_{2,4}$  debe quedar en esta línea. Se trazó otra línea por  $I_{2,3}$  e  $I_{3,4}$  y se prolongó hasta cortar la primera. Según la regla de Kennedy, el centro instantáneo  $I_{2,4}$  también debe quedar en esta línea, de modo que su intersección es  $I_{2,4}$ .
  7. Si existieran más eslabones, se repetiría este procedimiento hasta que se encontraran todos los centros instantáneos.

## Localización de todos los centros instantáneos en un mecanismo de 6 barras

Mecanismo de 6 eslabones. Ejemplo:

Para el mecanismo mostrado, determinar todos los centros instantáneos. Use el teorema de Kennedy.



Solución:

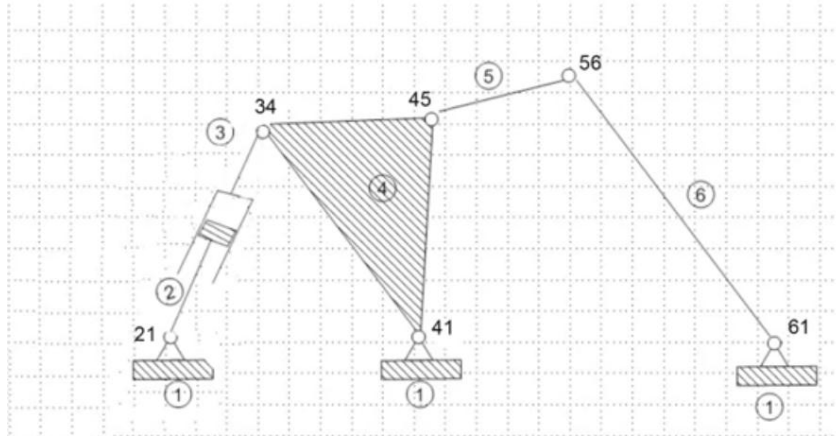
Para determinar el número de centros instantáneos en el mecanismo se utiliza la

fórmula combinatoria  $C.I. = \frac{n(n-1)}{2}$

Una vez conociendo la cantidad de C.I., se identifican aquellos centros que se pueden observar por inspección (los centros obvios) en el dibujo y a parte se anotan los que faltan encontrar.

51 31 25  
 32 63 24  
 46 62 53

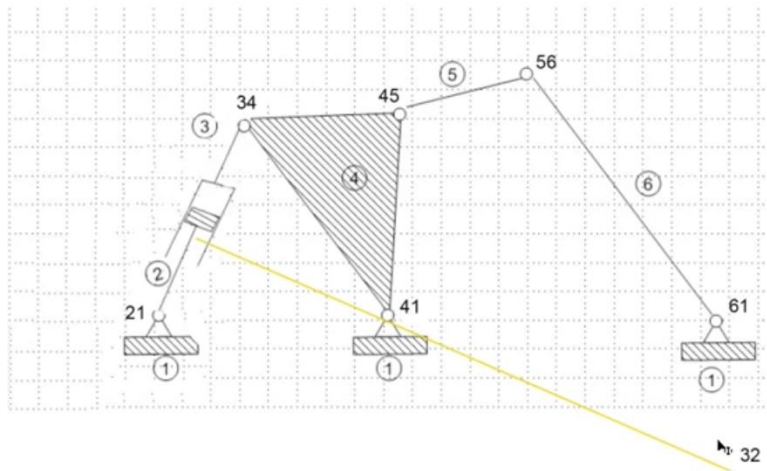
$$C.I. = 1/2 N(N-1) = 15$$



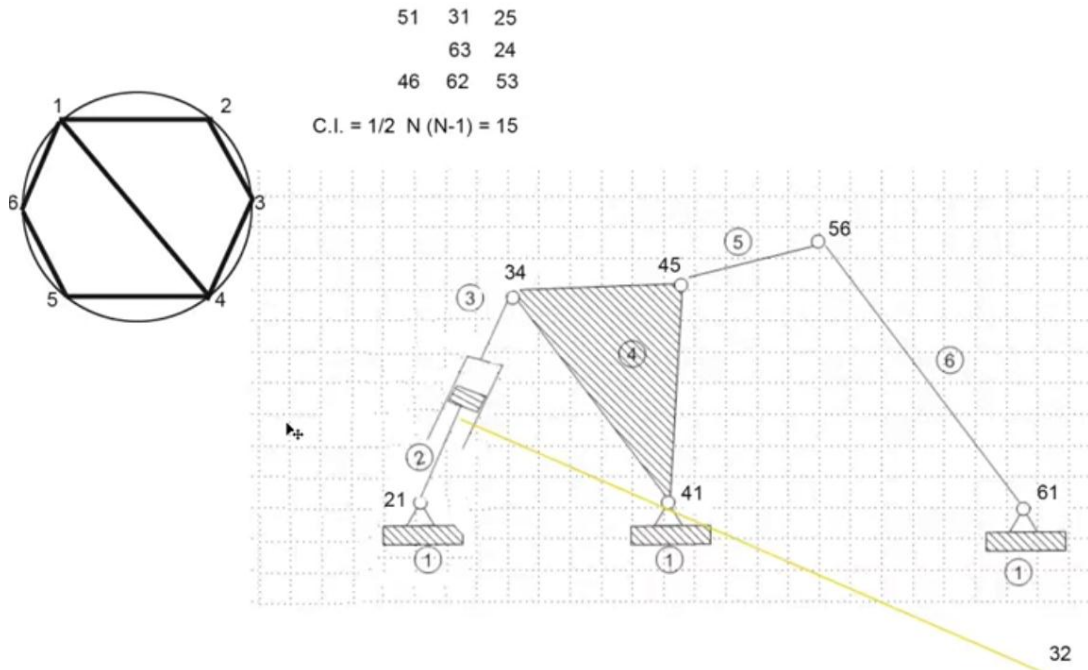
En el caso del centro 32, el eslabón 3 no rota respecto al eslabón 2 ni viceversa. Cuando un eslabón no rota respecto de otro se dice que el centro instantáneo se encuentra en el infinito por lo que se traza una línea recta perpendicular en la unión de ambos.

51 31 25  
 63 24  
 46 62 53

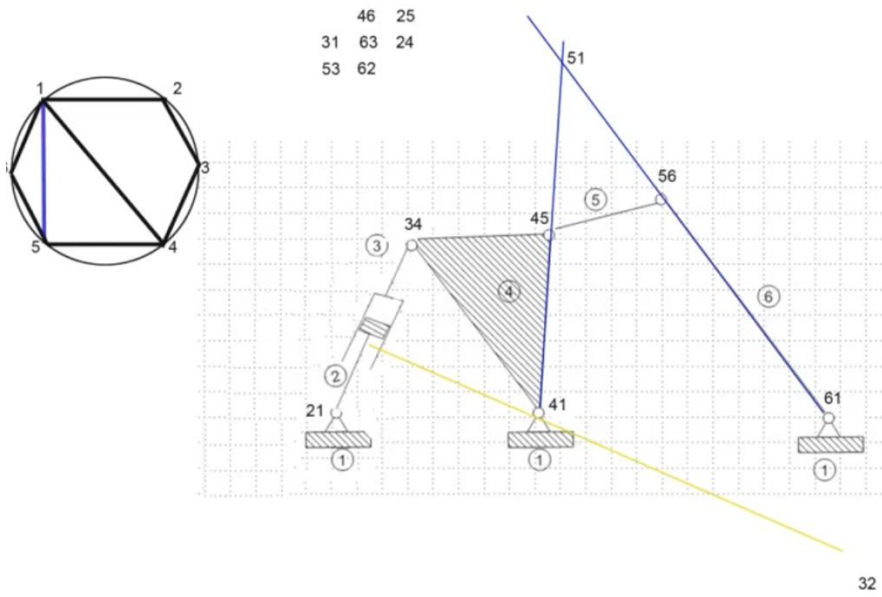
$$C.I. = 1/2 N(N-1) = 15$$



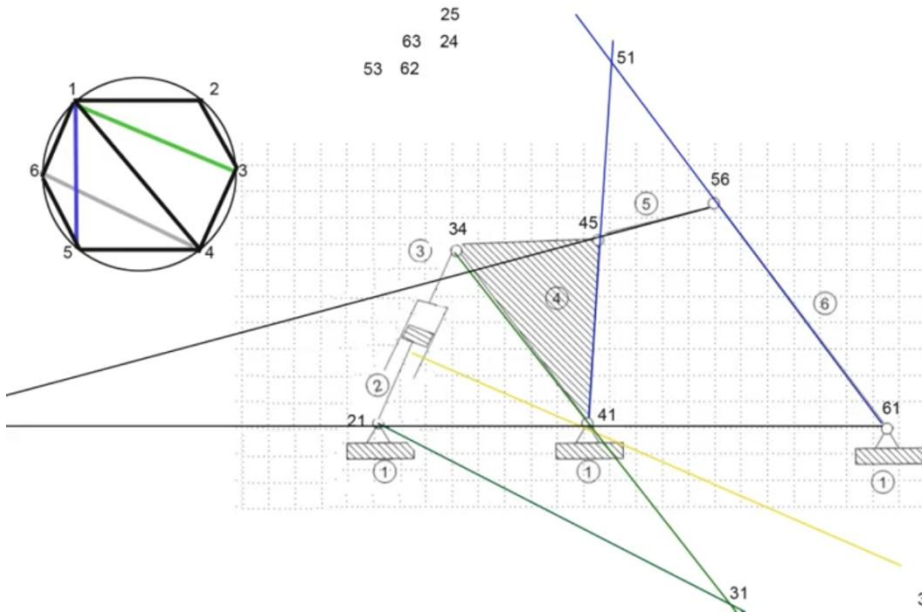
Se procede a utilizar el teorema de Kennedy. Se dibuja el círculo en el cual se realizarán los trazos que representaran los centros instantáneos. Una vez hecho, se marcan 6 puntos (representan los eslabones) en el sentido de las manecillas del reloj. Se trazan líneas rectas de punto a punto que representan los centros instantáneos conocidos.



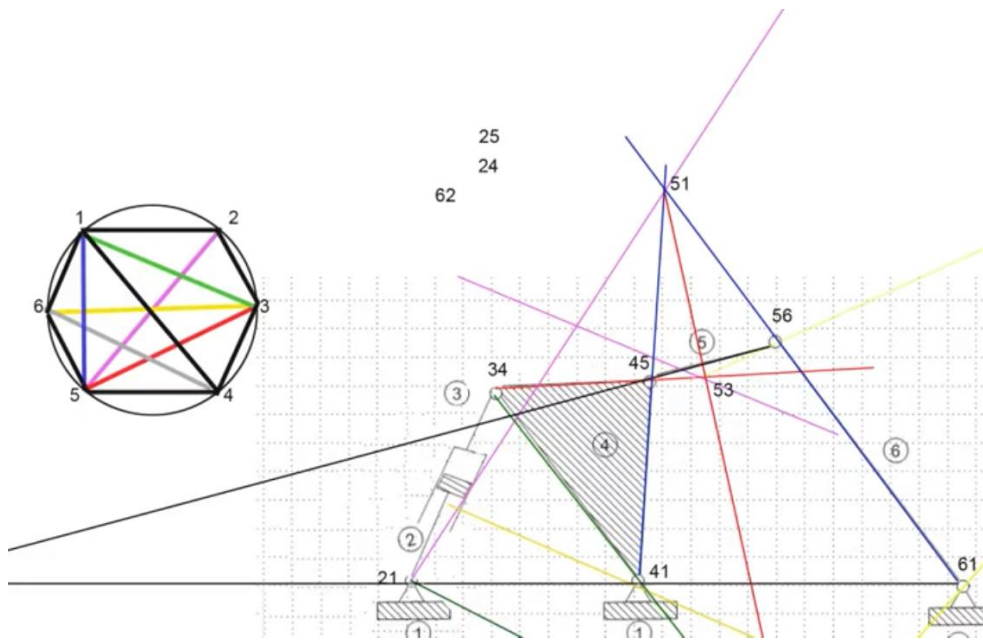
Luego, comenzamos el procedimiento para encontrar los centros no conocidos. Con un color diferente o líneas punteadas, en el círculo se trazan rectas que unen puntos para un centro desconocido. Se unen los puntos 5 y 1. Una vez trazados observamos que se forman dos triángulos que comparten la recta trazada. Las líneas en el dibujo que incluyen a los centros 41 y 45, 56 y 61 se prolongan. El punto en el que se intersecan es el centro instantáneo 51.



Se realiza el mismo procedimiento para todos los centros. En el caso particular del centro 31, para encontrar el punto de intersección, ya que el centro 32 se encuentra en el infinito, la prolongación del centro 21 será una línea paralela al de 32 ya que vendrá del infinito.



Una vez trazadas todas las rectas, habremos encontrado todos los centros instantáneos.



## Bibliografía

- “Diseño de maquinaria”, cuarta edición. Robert L. Norton. Editorial Mc Graw-Hill.
- [http://www.mecapedia.uji.es/centro\\_instantaneo\\_de\\_rotacion\\_relativo.htm](http://www.mecapedia.uji.es/centro_instantaneo_de_rotacion_relativo.htm)
- <http://fundamentosdemaquinaswmn.blogspot.mx/2010/08/tema-iii-centros-instantaneos.html>
- <http://mecafundamentos.blogspot.mx/p/cap-3.html>
- <http://es.slideshare.net/americahedi/centro-instantaneo-de-rotacin>
- [https://www.uclm.es/profesorado/ajbarbero/S\\_SolidoRigido/SolidoRigido\\_CIR\\_Rodadura.pdf](https://www.uclm.es/profesorado/ajbarbero/S_SolidoRigido/SolidoRigido_CIR_Rodadura.pdf)

### Videos

- <http://www.youtube.com/watch?v=DsULBeOihwk>
- <http://www.youtube.com/watch?v=WA5rdvhmffQ>
- <http://www.youtube.com/watch?v=ejHJR0xL3nA>